

Didaktische Hinweise zu den Materialien zu Binärbäumen¹ und binären Suchbäumen

Zielgruppe

Die Materialien richten sich vor allem an Lernende in der Qualifikationsphase, die einen Kurs auf erhöhtem Niveau belegt haben, da das Kerncurriculum Informatik für die gymnasiale Oberstufe² in Niedersachsen die Datenstruktur Binärbaum verpflichtend nur als Erweiterung für eA-Kurse vorsieht. Die Lernenden sollten bereits Erfahrungen mit dem algorithmischen Problemlösen und der Verwendung eigener Klassen und Objekte gesammelt haben.

Lernziele

Die Materialien bieten zunächst einen Einstieg in den allgemeinen Aufbau und die Verwendung der Datenstruktur Binärbaum. Im zweiten Teil wird die Verwendung der Datenstruktur in der speziellen Form eines binären Suchbaums thematisiert. Außerdem stehen Materialien zur Verfügung, die Binärbäume im Zusammenhang mit dem Kompressionsverfahren von Huffman verwenden, so dass hier eine Verknüpfung zum Thema Kompression hergestellt werden kann.

Gefördert werden insbesondere die folgenden Kompetenzen für die Qualifikationsphase aus dem Lernfeld *Algorithmisches Problemlösen* des niedersächsischen Kerncurriculums:

Die Schülerinnen und Schüler...

- erläutern das Prinzip der Datenstruktur Binärbaum
- entwerfen und implementieren Algorithmen zur Ausgabe der Daten eines Binärbaums in pre-, post- und inorder-Reihenfolge.
- Entwerfen und implementieren Algorithmen zur Suche und zum Einfügen in binäre Suchbäume.

Zu beachten ist, dass sich die Materialien zwar am niedersächsischen Kerncurriculum für die gymnasiale Oberstufe orientieren, jedoch keinen Anspruch auf Vollständigkeit hinsichtlich der für die Abiturprüfung erwarteten Kompetenzen erheben, sondern nur einen Einstieg in das Thema darstellen. Darstellungen und Schreibweisen orientieren sich an den ergänzenden Hinweisen zum Kerncurriculum Informatik für die Sek II. Sie können aber ggf. von den in der Abiturprüfung verwendeten Darstellungen und Schreibweisen abweichen. Verbindlich für das Abitur in Niedersachsen sind allein das niedersächsische Kerncurriculum für die gymnasiale Oberstufe sowie die ergänzenden Hinweise in der jeweils aktuellen Fassung. Es obliegt daher den jeweiligen Fachlehrkräften, den Unterricht so zu gestalten, dass die Lernenden umfassend auf das Abitur vorbereitet werden. Die vorliegenden Materialien stellen somit nur eine Anregung dar, die an die individuellen Bedürfnisse der Lerngruppe angepasst werden müssen. An manchen Stellen gehen die Materialien auch über die im Kerncurriculum geforderten Kompetenzen hinaus (s. Anmerkungen im Folgenden).

¹ Die hier beschriebene Datenstruktur Binärbaum orientiert sich an den Vorgaben des Kerncurriculums für das Gymnasium – gymnasiale Oberstufe, die Gesamtschule – gymnasiale Oberstufe, das Kolleg für das Fach Informatik, Niedersächsisches Kultusministerium, 2017 sowie den Ergänzenden Hinweisen zum Kerncurriculum Informatik für die gymnasiale Oberstufe am Gymnasium und an der Gesamtschule sowie für das Kolleg, Niedersächsisches Kultusministerium (Hrsg.), Stand Juni 2025.

² Niedersächsisches Kultusministerium (Hrsg.) (2017) Kerncurriculum für das Gymnasium - gymnasiale Oberstufe, die Gesamtschule – gymnasiale Oberstufe, das Kolleg. Informatik. Hannover: unidruck

01 Leitfaden Binärbaum

Der Leitfaden zu Datenstruktur Binärbaum enthält Aufgaben zum Erkunden und Entdecken von Bäumen in der Informatik und speziell der Datenstruktur Binärbaum. Die Aufgaben 1 bis 5 können dabei ohne Rechner bearbeitet werden. Neben der Traversierung in inorder, preorder und postorder Reihenfolge wird auch die Traversierung in levelorder Reihenfolge thematisiert. Diese geht über die im Kerncurriculum für die gymnasiale Oberstufe geforderten Kompetenzen hinaus.

Aufgabe 6 bis 8 sehen Implementierungen unter Verwendung einer Klasse Binärbaum vor. Die Aufgabenstellungen sind dabei weitestgehend programmiersprachenunabhängig formuliert. Der Quelltext, der in Aufgabe 6 zur Analyse vorgegeben ist, müsste ggf. an die im Unterricht verwendete Programmiersprache angepasst werden. Die Lösungen und Vorlagen für die Implementierung stehen als Java-Programme zur Verfügung. Es gibt jeweils eine Variante als *JFrame*, die mit dem Java-Editor³ erstellt wurde, und eine Variante als Processing⁴-Programm. Bezüglich der Vorlagen ist somit eine für die Lerngruppe passende Auswahl zu treffen oder eine Anpassung an die im Unterricht verwendete Programmiersprache vorzunehmen.

Da die Lernenden die Datenstruktur Binärbaum anwenden sollen und nicht selbst erstellen müssen, bietet es sich an, den Lernenden eine entsprechende Klasse zur Verfügung zu stellen. Im Materialpaket finden Sie hierfür eine entsprechende Bibliothek *ADTLibrary-2025-06-01*, die von Carsten Rohe für das Landesnetzwerk Informatik implementierte ADT-Klassen enthält. Neben der Datenstruktur Binärbaum in Form einer Klasse *BinTree* sind hier auch die Datenstrukturen Schlange, Stapel und dynamische Reihung enthalten⁵. Für die Verwendung der zur Verfügung gestellten Klassen im Java-Editor muss lediglich in der Konfiguration im Unterfenster *Java* → *Interpreter* bei *Classpath-User* der Pfad zur gegebenen jar-Datei ergänzt werden. Der Inhaltstyp der jeweiligen Elemente ist vom Typ *Object*, sodass bei der Weiterverarbeitung in konkreten Aufgaben häufig eine Typumwandlung nötig ist.

Alternativ können Sie für einzelne Fragestellungen jeweils auch an die benötigten Inhaltstypen angepasste Klassen erstellen bzw. den Lösungen entnehmen und den Lernenden zur Verfügung stellen. In dem Fall benötigen die Lernenden die Einbindung der jar-Datei nicht und eine Typumwandlung ist nicht notwendig. Dieses Vorgehen entspricht den Aufgabenstellungen im Abitur. Der Lösungsordner enthält zu Aufgabe 6 und 7 Lösungen in beiden Varianten.

Die Vorlagen für Processing enthalten jeweils die benötigten ADT-Klassen mit Inhaltstypen, die an die jeweilige Aufgabenstellung angepasst wurden. Die Processing-Programme sehen Nutzereingaben über Tasten bzw. ein Dialogfenster und Ausgaben in der Konsole vor, um die Programme möglichst einfach zu halten. Für Aufgabe 6 steht exemplarisch auch für Processing eine Variante mit einer Benutzeroberfläche zur Verfügung.

Wahlweise können Implementierungen einzelner Operationen auch händisch auf dem Papier, als Struktogramm oder in Wortform erfolgen, wie es in den Abituraufgaben in Niedersachsen üblich ist.

³ Der Java-Editor wird von Gerhard Röhner zur Verfügung gestellt: <https://javaeditor.org/>

⁴ Die Programmierumgebung Processing wurde 2001 von Ben Fry und Casey Reas initiiert. Nähere Informationen finden Sie unter <https://processing.org/>

⁵ Nähere Informationen und Materialien können Sie dem Materialpaket „Prinzip und Verwendung der Datenstrukturen Stapel, Schlange und Dynamische Reihung“ entnehmen.

Um Zeit zu sparen, kann den Lernenden in Aufgabe 7 die Klasse `Person` für den Inhaltstyp zur Verfügung gestellt werden. Diese kann der Lösung entnommen werden.

Aufgabe 8 sieht für die komplexeren Operationen die Erstellung von Struktogrammen vor. Hier ist je nach Interesse und Vorlieben der Lerngruppe auch eine Implementierung möglich. Außerdem können auch nur einzelne Teilaufgaben bearbeitet werden oder es kann eine arbeitsteilige Aufteilung der Aufgaben in der Lerngruppe erfolgen.

02 Binäre Suchbäume

Binäre Suchbäume sind eine spezielle Anwendung der Datenstruktur Binärbaum. Aufgabe 1 ermöglicht es den Lernenden den Aufbau sowie Vorteile binärer Suchbäume selbst zu entdecken. Je nachdem welche Aspekte die Lernenden hier bereits selbst erarbeiten, können die folgenden Aufgaben zur Erkundung oder Vertiefung eingesetzt werden. Zu einigen Fragestellungen stehen sowohl Aufgaben, die einen Zugang ohne Rechner ermöglichen (Aufgabe 2 bis 4), als auch Aufgaben, die einen Zugang über Implementierungen anbieten (Aufgabe 5 bis 7), zur Verfügung. Hier kann eine zur Lerngruppe passende Auswahl getroffen werden.

Das Löschen von Knoten in binären Suchbäumen wird im niedersächsischen Kerncurriculum für die gymnasiale Oberstufe nicht explizit gefordert. Insbesondere die Implementierung ist daher als Ergänzung für besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler zu sehen.

Zu den Vorlagen und Lösungen der Implementierungsaufgaben gelten die gleichen Anmerkungen wie zu „01 Leitfaden Binärbaum“.

Huffman-Codierung

Im Modul „Codierung und Übertragung von Daten“ aus dem Lernfeld „Informationen und Daten“ des Niedersächsischen Kerncurriculums für die gymnasiale Oberstufe ist die Anwendung der Huffman-Codierung als Verfahren der Kompression vorgesehen. Da ein Huffman-Code mithilfe eines Binärbaums erstellt wird, bietet sich hier für Kurse auf erhöhtem Niveau eine algorithmische Umsetzung des Verfahrens an.

Je nach gewählter Reihenfolge der Themen kann die Implementierung im Rahmen einer Einheit zu Binärbäumen oder in einer Einheit zum Thema Kompression erfolgen.

Ist den Lernenden die Huffman-Codierung bei der Einführung von Binärbäumen bereits bekannt, können die beiliegenden Materialien zur Anleitung einer Implementierung des Verfahrens verwendet werden. Händisch würde man zunächst einen Huffman-Baum erstellen und diesen dann zur Codierung bzw. Decodierung verwenden. Die Reihenfolge der Aufgaben ist gegenläufig und beginnt mit der Decodierung, da diese im Vergleich zum Codieren oder gar Erstellen eines Huffman-Baums deutlich einfacher zu implementieren ist. Während für die Decodierung ein Binärbaum vom Typ Zeichen ausreichen würde, der in den Blättern die passenden Zeichen speichert, ist es für die Codierung hilfreich, wenn die inneren Knoten eine Zeichenkette speichern, die alle Zeichen der linken und rechten Teilbäume enthalten. In den Vorlagen und Lösungen für die Aufgaben 1 und 2 wird daher ein Binärbaum vom Inhaltstyp Zeichenkette verwendet.

Für das Erstellen eines Huffman-Baums ist in der Aufgabenstellung nur die Beschreibung eines algorithmischen Vorgehens gefordert. Für leistungsstarke bzw. besonders interessierte Schülerinnen und Schüler kann aber auch hier eine Implementierung erfolgen, ggf. im Rahmen eines kleinen Projektes. In diesem Fall ist es hilfreich in den Knoten nicht nur Zeichenketten, sondern Objekte, die

sowohl eine Zeichenkette als auch eine Ganzzahl enthalten, zu speichern. Eine entsprechende Vorlage für die Lernenden kann ggf. aus der Lösung erstellt werden.

Materialien zur Erarbeitung von Kompressionsverfahren (u. a. Huffman) anhand von Bildern sind in dem Materialpaket „Kompressionsverfahren am Beispiel von Bildern“ enthalten. Werden die Kompressionsverfahren erst nach Einführung der Binärbaume thematisiert, können die Materialien zur Implementierung dort später ergänzend eingesetzt werden.

Dieses Werk ist lizenziert unter einer [Creative Commons Namensnennung - Nicht kommerziell - Keine Bearbeitungen 4.0 International Lizenz](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/).

Für die korrekte Ausführbarkeit der Quelltexte in diesem Arbeitsblatt wird keine Garantie übernommen. Auch für Folgeschäden, die sich aus der Anwendung der Quelltexte oder durch eventuelle fehlerhafte Angaben ergeben, wird keine Haftung oder juristische Verantwortung übernommen.